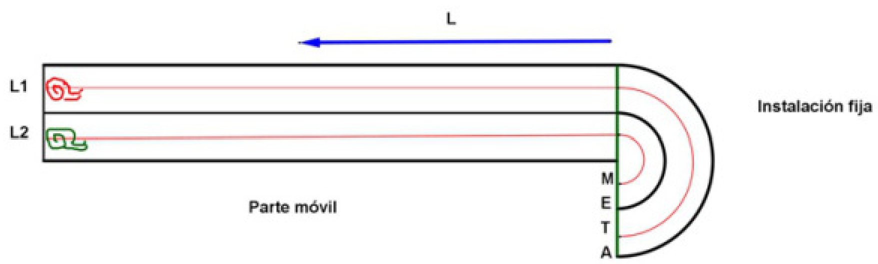
Solución al Desafío 85

Amaños (por Dospew)

Paquito Superpanzeta
Club Pitagóricos, 5 de octubre de 2013

Enunciado



La mafia se pasa a las carreras de caracoles y diseña una pista ganadora; conocerán de forma previa distancia, duración y velocidades. Tendrán a qué apostar sobre seguro.

Adquieren por una millonada una cuadra de caracoles – caros, porque todos tienen velocidades distintas (Sin doblar el más veloz al más lento).- Se etiquetan con un número que es su velocidad en mm/s. En competición ajustan sus velocidades hasta lograr una fracción irreductible entre sus números. (fracción > 1*).*

Se diseña un circuito con un tramo curvo-fijo, consistente en un semicírculo y un tramo recto-extensible-variable. Tendrá dos pistas-carril de 6 cm. de anchura cada una.

Los caracoles se mueven siempre a velocidad constante, en línea recta y por el centro de su calle. En la salida se coloca en la pista de mayor longitud al caracol con mayor velocidad.

Se eligen dos caracoles cualesquiera y se facilita su relación de números, k y automáticamente se extiende la pista flexible hasta una longitud L, que garantiza la llegada a meta al unísono (tramposos). Las carreras, evidentemente, se amplían en pantalla gigante.

En la carrera inaugural se eligen dos caracoles con k= 1,025.

1. - *¿Cuánto deberá extenderse el circuito para que lleguen empatados a meta?*

2. - *¿A qué velocidades han corrido y cuánto duró la carrera?*

Solución

Un Desafío cortito y simple para aliviar los dolores de cabeza nunca viene mal. La clave está en la frase "*En competición ajustan sus velocidades hasta lograr una fracción irreductible entre sus números (fracción* > 1*).*".

Supondremos aquí que el "ajuste" no consistirá en manipular genéticamente los caracoles para que cambien su velocidad natural por otra, sino que simplemente, nuestros mafiosos elegirán la pareja de caracoles de modo que sus dorsales sean primos entre sí. El único propósito lógico de esta operación es facilitar a los Pitagóricos una respuesta única a partir de la constante k, ya que a los mafiosos les daría igual una fracción que se pudiera simplificar porque tienen los dorsales a la vista.

Una vez decidido esto, es coser y cantar. Empezaremos por juntar los datos, pasar las longitudes a milímetros y poner nombres a las variables:

- Radio curva pista larga: 90 mm $\rightarrow$ Longitud curva larga: 90π mm.
- Radio curva pista corta: 30 mm $\rightarrow$ Longitud curva corta: 30π mm.
- Relación de velocidades: $k = 1{,}025$.
- Longitud recta: r mm.
- Longitud pista larga: $l_1 = r + 90\pi$ mm.
- Longitud pista corta: $l_2 = r + 30\pi$ mm.
- Tiempo: t s.
- Velocidad caracol rápido: v_1 mm/s.
- Velocidad caracol lento: v_2 mm/s.

Sabiendo que la velocidad no es otra cosa que el espacio dividido por el tiempo, podemos empezar.

$$v_1 = \frac{r + 90\pi}{t} \qquad\qquad v_2 = \frac{r + 30\pi}{t}$$

En la relación entre velocidades, $k = \frac{v_1}{v_2}$ el tiempo t se anula, así que obtenemos:

$$\frac{r + 90\pi}{r + 30\pi} = 1{,}025$$

Ahora atacaremos k para eliminar los decimales y dejarlo en una fracción como la aldea de Asterix, irreductible.

Viendo que 1,025 acaba en 25, lo primero que se me ocurre es multiplicar por 4, lo que nos deja 4,1. Multiplicando después por 10 nos deja en 41 que casualmente es primo, así que ya no hay que buscar más. Dividiendo 41 por el producto de 4 y 10 obtenemos la fracción irreductible que buscamos $k = 10{,}05 = \frac{41}{40}$. También podríamos haber multiplicado por 1000 para quitar todos los decimales de una tacada y luego simplificar $\frac{1025}{1000}$.

Sea como sea,

$$\frac{r + 90\pi}{r + 30\pi} = \frac{41}{40}$$

De donde obtenemos

$$r = 2370\pi \text{ mm.}$$

Y entonces

$$l_1 = 2460\pi \text{ mm.} \qquad\qquad l_2 = 2400\pi \text{ mm.}$$

Así pues,

$$v_1 = 41 = \frac{2460\pi}{t} \qquad\qquad v_2 = 40 = \frac{2400\pi}{t} \qquad\qquad t = 60\pi$$

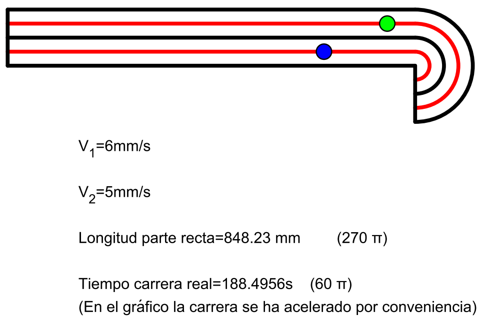
De no haber sabido que los dorsales formaban una fracción irreductible, la misma relación k nos habría dado varias posibles resultados para v_1, v_2 y r, todos ellos múltiplos de los calculados aquí. De estas soluciones "posibles", la más lenta coincide con la que acabamos de calcular ($t = 60\pi$ s.) La siguiente implicaría ya velocidades de 82 y 80 mm/s que son francamente descabelladas para un caracol. De hecho, incluso 41 mm/s es una velocidad enorme para un caracol, pero al ser una cuadra ilegal podemos suponer que están dopados.

En resumen, aquí estan las respuestas pedidas:

$$v_1 = 41 \text{ mm/s.} \qquad v_2 = 40 \text{ mm/s.} \qquad t = 60\pi \text{ s.} \qquad r = 2370\pi \text{ mm.}$$

Geo

La sencillez del Desafío y el tiempo extra del que estamos disfrutando últimamente me han animado a producir un Geo totalmente absurdo e innecesario pero que me ha entrenido un buen rato. Os lo incluyo embebido aquí mismo por si queréis verlo. Permite ir variando k a vuestro antojo y el resto es automático (cálculos y dibujo). No esperéis virguerías, es una tontada de las mías.



Caracolonso y Caracottel, baboseando la pista.
(Haz doble click en la imagen para abrir el Geo,
o click derecho y Guardar para extraerlo)