

DESAFÍO 85 – AMAÑOS

Trabajaré usando el milímetro y el segundo como unidades de longitud y tiempo.

Los carriles interior y exterior del recorrido están adosados, por lo que si R_{int} es el radio del interior, el del exterior será $R_{ext} = R_{int} + 60$. Partiendo de aquí, podemos calcular la longitud del recorrido que debe realizar cada caracol, donde L es la longitud del tramo recto:

$$\begin{aligned}S_{int} &= L + \pi \cdot R_{int} \\S_{ext} &= L + \pi \cdot (R_{int} + 60)\end{aligned}$$

El tiempo que tardará en llegar a la meta cada caracol es igual a:

$$\begin{aligned}t_{int} &= \frac{S_{int}}{v_{int}} = \frac{L + \pi \cdot R_{int}}{v_{int}} \\t_{ext} &= \frac{S_{ext}}{v_{ext}} = \frac{L + \pi \cdot (R_{int} + 60)}{v_{ext}}\end{aligned}$$

Y como deben ser iguales, podemos establecer una ecuación que nos permita calcular la longitud del tramo recto:

$$t_{ext} = t_{int} \quad \rightarrow \quad L = \left(\frac{60}{k-1} - R_{int} \right) \cdot \pi$$

donde k es la relación entre la velocidad del caracol rápido y la del caracol lento. Recordemos que, por enunciado, es un número racional comprendido entre uno y dos.

El tiempo que se tarda en completar la carrera se obtiene sin más que sustituir L en las ecuaciones del tiempo:

$$t = \frac{60 \cdot \pi}{(k-1) \cdot v_{int}}$$

Vemos que así como la longitud del tramo recto no depende de la velocidad de los caracoles (tan sólo de la relación de velocidades), el tiempo para hacer el recorrido sí. La velocidad queda como un parámetro libre del problema.

Particularizando los resultados para $k = 1.025$, se obtiene:

$$\begin{aligned}v_{ext} &= 41 \text{ mm/s} \\v_{int} &= 40 \text{ mm/s}\end{aligned}$$

Y usando $R_{int} = 30$ mm, que es lo que se interpreta del dibujo del enunciado:

$$\begin{aligned}L &= 2370 \cdot \pi \text{ mm} \\t &= 60 \cdot \pi \text{ s}\end{aligned}$$